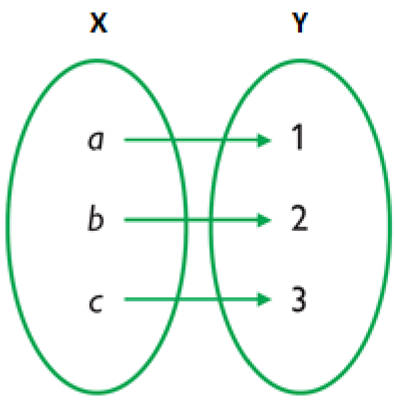
<u>COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO</u>:

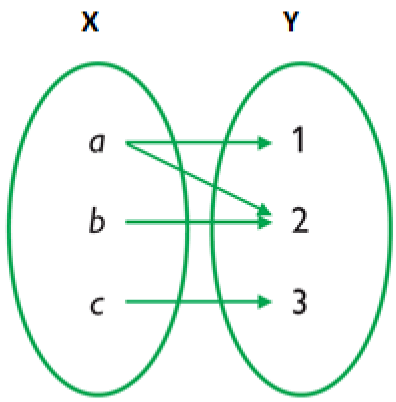
TEMA 9. FUNCIONES

Una <u>función</u> es una correspondencia entre dos valores x e y de forma que a cada valor x le corresponde solo una y.

Observa los siguientes ejemplos:



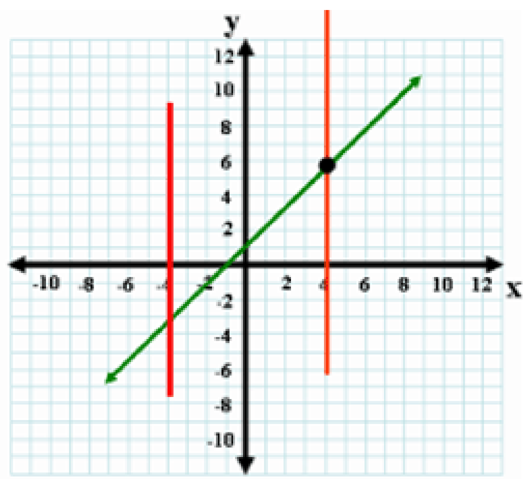
Es función.



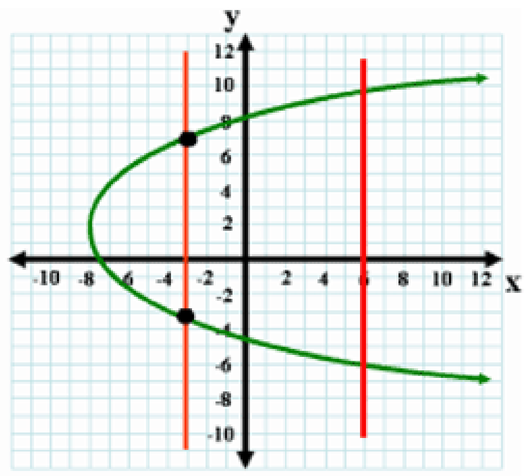
No es función.

Porque al elemento “a” le corresponden dos elementos

En el siguiente ejemplo fíjate en las rectas rojas pues te van marcando los valores de x (eje horizontal) y cuantos puntos tiene en la gráfica (verde)



A



B

Es función, para cada valor de x

un punto en la recta

No es función, para cada valor de x

dos puntos en la curva

<u>REALIZA EL SIGUIENTE EJERCICIO</u>: (copia el enunciado con su gráfica y razona la respuesta en tu cuaderno)

Ejercicio 1 a)

SEGUNDO DÍA

<u>COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO</u>: (el siguiente texto no se encuentra en tu libro)

Formas de expresar una función

Una función se puede describir de distintas formas: con una **tabla de valores**, con un **enunciado**, con una **fórmula** o con una **gráfica**.

- Tabla

Ejemplo ▸ Luisa prepara un informe sobre cómo varía la temperatura el primer día de primavera. Ha ido anotando la temperatura cada dos horas en esta tabla:

Hora	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura (°C)	7	5	5	4	5	11	15	17	19	19	18	12	9

Se observa una correspondencia entre la hora y la temperatura.

El conjunto inicial está formado por las horas y el conjunto final está formado por las distintas temperaturas.

A cada hora le corresponde una única temperatura, por lo que la correspondencia es una función. Se dice que **la temperatura está en función del tiempo**.

- Enunciado

Ejemplo ▸ A cada persona le corresponde un día de cumpleaños.

Hay una correspondencia entre el conjunto inicial, personas, y el conjunto final, días del año. Se trata de una función porque a cada persona le corresponde un único día del año.

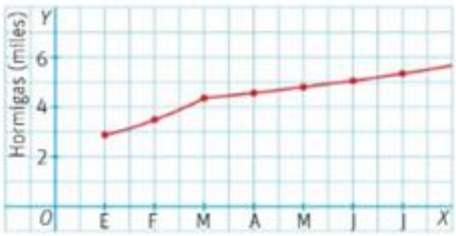
- Fórmula

Ejemplo ▸ La expresión que hace corresponder a cada número su triple viene dada por la fórmula $y = 3x$.

Cada número real tiene un único triple, por tanto, la correspondencia es una función.

- Gráfica

Ejemplo ▸ El crecimiento poblacional de las hormigas de una colonia en los últimos 6 meses viene representado en la siguiente gráfica.



En el eje de abscisas se colocan los valores del conjunto inicial (los meses) y en el eje de ordenadas, el conjunto final (número de hormigas).

A cada mes le corresponde un único número de hormigas, por lo que la relación entre ambos es una función.

<u>REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS</u>: (copia el enunciado y razona la respuesta en tu cuaderno)

Ejercicios:

1. Señala cuáles de estas correspondencias son funciones y, en caso afirmativo, indica la variable dependiente e independiente.

a) A cada número real le corresponde su mitad.

b) A cada ecuación de segundo grado le corresponden sus soluciones.

c) A cada profesor le corresponden sus alumnos.

d) A cada número le corresponden sus divisores.

2. Razona si hay una relación de dependencia de las variables en los siguientes enunciados y si son o no funciones.

a) ¿El color de ojos de una persona depende de la edad de sus padres?

b) ¿La factura de la luz está en función de los kilovatios que se han consumido?

3. Observa la tabla y contesta.

N.º de bolígrafos por paquete	3	5	10	20	50	100
Precio del paquete	1	2	3	5	10	17

a) ¿Que representa la tabla?

b) ¿Es una función?

c) ¿Cuál es el conjunto inicial y el conjunto final?

TERCER DÍA

<u>COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO</u>:

Tabla de valores y gráfica de una función

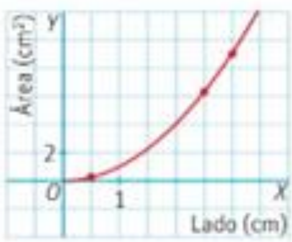
A partir de una fórmula se puede construir una tabla de valores. Se sustituyen los valores de la variable independiente en la fórmula y se obtienen los valores de la variable dependiente.

Ejemplo ▸ La tabla que representa la función $y = x^2$ es:

Longitud del lado (x)	Área ($y = x^2$)	(x, $f(x)$)
0,5	$y = (0{,}5)^2 = 0{,}25$	(0,5; 0,25)
2,5	6,25	(2,5; 6,25)
3	9	(3, 9)

Si se representan los valores de la tabla como puntos en unos ejes de coordenadas se obtiene la gráfica de la función de forma aproximada.

- Los valores de la variable independiente x se representan sobre el eje de abscisas.
- Los valores de la variable dependiente $y = f(x)$ se representan sobre el eje de ordenadas.



El eje de abcisas es el eje de las X, el eje horizontal

El eje de ordenadas es el eje de las Y, el eje vertical

Ejemplo ▸ El área de un cuadrado se expresa como $y = x^2$.

La longitud del lado es la variable independiente, representada por x, y la variable dependiente, representada por y, es el área, que depende de la longitud del lado.

REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS: (copia el enunciado y razona la respuesta en tu cuaderno)

- Ejercicios:

Representa los siguientes datos en unos ejes de coordenadas. ¿Puedes unir los puntos?

Edad (Años)	1	2	5	7	10	20
Altura (m)	0,6	0,8	1,1	1,2	1,4	1,7

Representa las funciones dadas a partir de estas tablas.

a)

x	−2	−1	0	1	2	5
y	−10	−5	0	5	10	25

b)

x	−3	−2	−1	0	1	2
y	8	3	0	−1	0	3

- Representa la gráfica de la siguiente curva con dos ramas:

x	-3	-2	-1	1	2	3
f(x)	-0,3	-0,5	-1	1	0,5	0,33

CUARTO DÍA

COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO:

REPRESENTAR LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Ejemplo: Representar la gráfica de la función f(x)=2x+1 que también podemos expresar como y=2x+1

Para su representación construimos una tabla de valores.

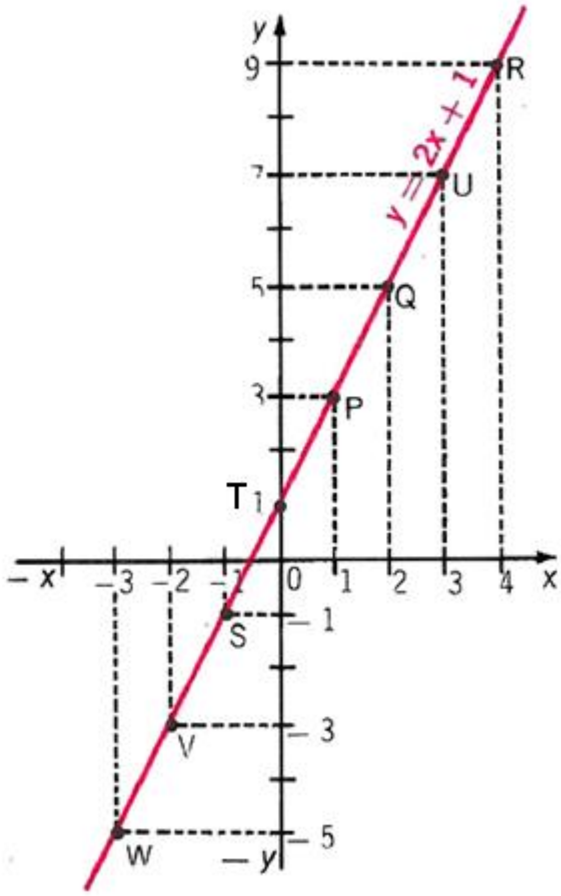
Como se ve a continuación: A la variable x se le dan los valores que uno quiera (por eso se llama variable independiente), después al sustituir en la expresión y=2x+1 se obtiene el valor de la y (por eso a la y se le llama variable dependiente porque está dependiendo del valor que tenga la x)

x	$y = 2x + 1$	pues:
0	1	$x = 0 \longrightarrow y = 2 \cdot 0 + 1 = 1$
1	3	$x = 1 \longrightarrow y = 2 \cdot 1 + 1 = 3$
2	5	$x = 2 \longrightarrow y = 2 \cdot 2 + 1 = 5$
3	7	$x = 3 \longrightarrow y = 2 \cdot 3 + 1 = 7$
4	9	$x = 4 \longrightarrow y = 2 \cdot 4 + 1 = 9$
-1	-1	$x = -1 \longrightarrow y = 2(-1) + 1 = -1$
-2	-3	$x = -2 \longrightarrow y = 2(-2) + 1 = -3$
-3	-5	$x = -3 \longrightarrow y = 2(-3) + 1 = -5$

Decimos también:

x	$y = 2x + 1$	pues:
0	1	$x = 0 \longrightarrow$ **f(0)=1**
1	3	$x = 1 \longrightarrow$ f(1)=3
2	5	$x = 2 \longrightarrow$ f(2)=5
3	7	$x = 3 \longrightarrow$ f(3)=7
4	9	$x = 4 \longrightarrow$ f(4)=9
-1	-1	$x = -1 \longrightarrow$ f(-1)=-1
-2	-3	$x = -2 \longrightarrow$ f(-2)=-3
-3	-5	$x = -3 \longrightarrow$ f(-3)=-5

Representamos su gráfica:



<u>REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS</u>: (copia el enunciado y razona la respuesta en tu cuaderno)

- Construye una tabla de valores y representa las siguientes rectas

1 $y = x$

2 $y = -2x - 1$

3 $y = \frac{1}{2}x - 1$

4 $y = 2x$

5 $y = 2$

6 $y = -2$

Nota: en el ejercicio 5 y 6 no hay x para sustituir el valor, por eso aunque los valores de ”x” sean diferentes “y” siempre vale -2.

COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO:

REPRESENTACIÓN DE UNA RECTA DEFINIDA A TROZOS

En ocasiones, las funciones tienen expresiones diferentes para distintos valores de la variable independiente. Estas funciones se llaman **funciones definidas a trozos**.

Ejemplo ▸ Una empresa de mensajería cobra por enviar un paquete 2 € más un extra por cada gramo según las siguientes tarifas:

Gramos	De 0 a 400	Más de 400
€/gr	0,01	0,02

La fórmula para calcular el precio en función del peso viene dada por la expresión:

$$f(x)=\begin{cases} 2+0{,}01x & \text{si } 0<x\leq 400 \\ 2+0{,}02x & \text{si } 400<x \end{cases}$$

Para representar f(x) necesitamos representar las dos partes:

1º) $f(x) = 2 + 0{,}01x \quad en\ la\ zona\ 0 < x \leq 400$

Es decir: cogiendo valores entre 0 y 400 e incluido el 400

Es aconsejable coge los valores extremos porque así sabemos dónde empieza y donde acaba:

$\boldsymbol{x}$	**0**	**400**
$\boldsymbol{f(x)}$	$2 + 0{,}01 \cdot 0 = 2 + 0 = \mathbf{2}$	$2 + 0{,}01 \cdot 400 = 2 + 4 = \mathbf{6}$

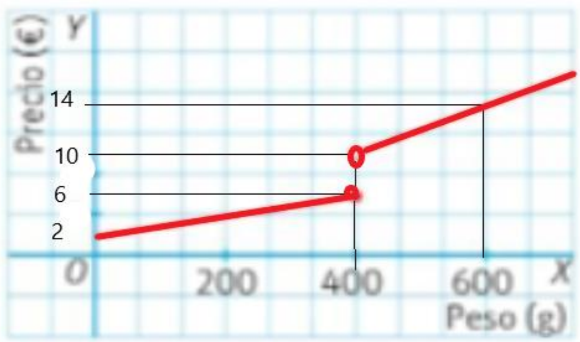
2º) $f(x) = 2 + 0{,}02x \quad en\ la\ zona\ 400 < x$

Es decir: cogiendo valores mayores que 400

Aunque no debemos coger ahora 400, sí lo vamos a hacer y cuando representemos tendremos en cuenta que no entra y pondremos un círculo hueco.

$\boldsymbol{x}$	**400**	**600**
$\boldsymbol{f(x)}$	$2 + 0{,}02 \cdot 400 = 2 + 8 = \mathbf{10}$	$2 + 0{,}02 \cdot 600 = 2 + 12 = \mathbf{14}$

3º) Representamos las dos gráficas:



<u>REALIZA EL SIGUIENTE EJERCICIO</u>: (copia el enunciado)

11. Haz una tabla de valores y representa esta función.

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\leq 1 \\ -2x+3 & \text{si } 1<x \end{cases}$$

SEGUNDO DÍA

<u>COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO</u>:

DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

El <u>dominio</u> de una función son los valores que puede tomar la variable x (dada una gráfica el dominio se mira en el eje horizontal, es decir en el eje X)

El dominio de una función f(x) se nombra D(f).

El <u>recorrido</u> de una función son los valores que puede tomar la variable y (dada una gráfica el dominio se mira en el eje vertical, es decir en el eje Y)

El recorrido de una función f(x) se nombra R(f).

Ejemplo ▸ La siguiente gráfica representa un viaje en coche.

La gráfica representa la distancia a casa (variable dependiente) en función del tiempo (variable independiente).

- El dominio de la función son los números del intervalo [0, 5].
- El recorrido son los números del intervalo [0, 160].

<u>REALIZA EL SIGUIENTE EJERCICIO</u>: (copia el enunciado y la gráfica)

8. Oliver salió de excursión a las 10 de la mañana. Caminó un buen rato, paró a descansar en la orilla de un río, siguió su paseo y se detuvo a comer debajo de un abeto, y regresó a su casa.

a) ¿Cuánto tiempo estuvo parado en la orilla del río?

b) ¿A qué distancia de su casa estaba el abeto?

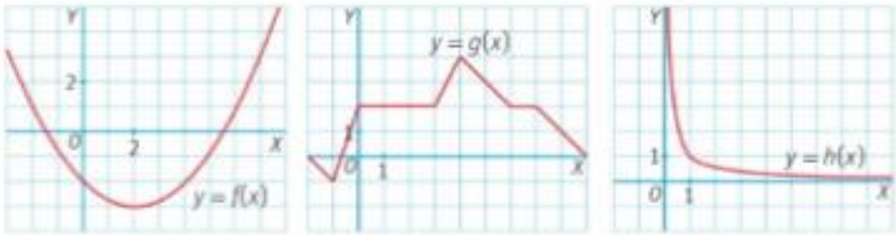
c) ¿Cuántos kilómetros caminó en total Oliver?

d) Calcula su dominio y su recorrido

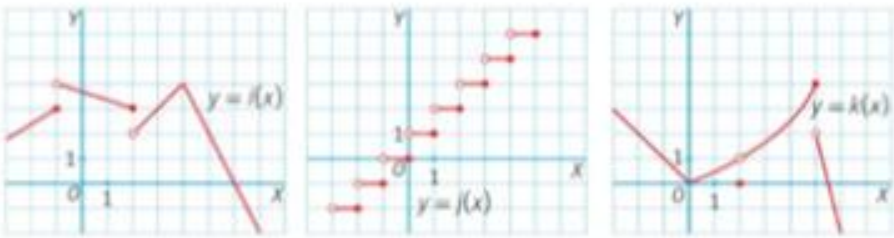
<u>COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO</u>:

CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN

Observa las siguientes gráficas de funciones:



En $f(x)$, $g(x)$ y $h(x)$ se puede trazar la gráfica sin levantar el lápiz del papel. Se dice que son **funciones continuas**.



Sin embargo, $i(x)$, $j(x)$ y $k(x)$ no son continuas, porque sus gráficas tienen saltos.

- $i(x)$ presenta dos saltos, uno en $x = -1$ y otro en $x = 2$.
- $j(x)$ presenta saltos en todos los números enteros.
- $k(x)$ presenta dos saltos, uno en $x = 2$ y otro en $x = 5$.

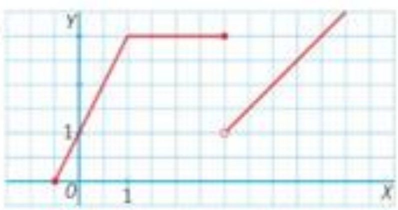
- Una **función es continua** en un intervalo si su gráfica no tiene saltos.
- Una **función es discontinua** si presenta saltos para algún valor de la variable independiente. Los puntos en los que una función presenta un salto se llaman **discontinuidades**.

<u>REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS</u>: (copia el enunciado y las gráficas)

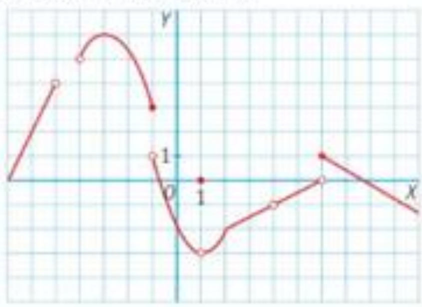
13. ¿Son continuas o discontinuas? Indica, en su caso, los puntos de discontinuidad.

a)

b)



14. Observa la gráfica y contesta:



a) ¿Cuál es el dominio de la función?

b) ¿Y el recorrido?

c) ¿En qué puntos es discontinua? ¿Cuánto vale la función en esos puntos?

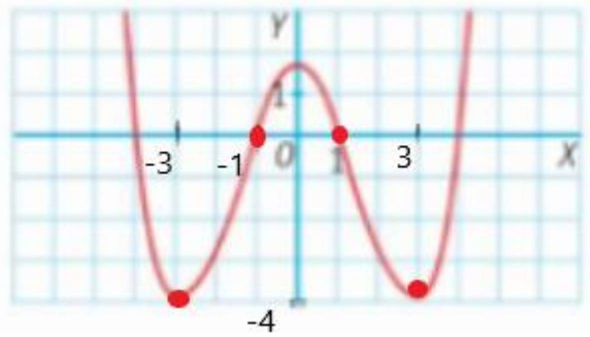
COPIA CON ATENCIÓN EN TU CUADERNO:

FUNCIÓN PAR. FUNCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO AL EJE Y.

Una función es par cuando cumple: f(x)=f(-x).

Si una función es par es simétrica respecto al eje Y

Ejemplo: Observa esta gráfica



Como puedes ver:

Pasa por el punto (-3,-4) luego f(-3)=-4

Pasa por el punto (3,-4) luego f(3)= -4 Por tanto: f(-3)=f(3)

Pasa por el punto (-1,0) luego f(-1)=0

Pasa por el punto (1,0) luego f(1)= 0 Por tanto f(-1)=f(1)

Así ocurre con todos los valores de la x, la función vale igual para el mismo valor de la x positivo y negativo, es decir: cumple que f(x)=f(-x) y por tanto esta gráfica corresponde a una función par.

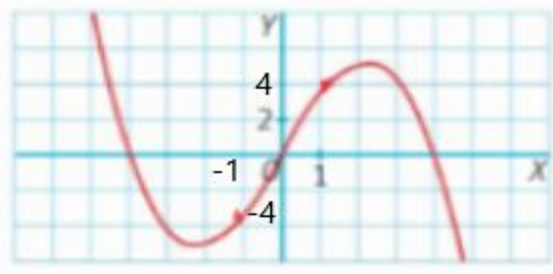
Observa también que si doblaras la gráfica por el eje vertical la parte de la curva que queda a su izquierda se pone encima de la que queda a su derecha y es por esto que esta gráfica es simétrica respecto al eje Y.

FUNCIÓN IMPAR. FUNCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO DEL ORIGEN.

Una función es impar cuando cumple: f(-x)= -f(x).

Si una función es par es simétrica respecto del origen

Ejemplo: Observa esta gráfica



Como puedes ver:

Pasa por el punto (-1,-4) luego f(-1)=-4

Pasa por el punto (1,4) luego f(1)= 4 f(-1)=-f(1)=-4

Por tanto: f(-1)=-f(1)=-4 ya que f(1)=4

O dicho de otra manera f(1) y f(-1) tienen signo contrario uno vale 4 y otro -4

Así ocurre con todos los valores de la x, luego cumple que f(-x)=-f(x) y por tanto esta gráfica corresponde a una función impar.

Observa también que si doblaras la gráfica por el eje vertical y luego por el eje horizontal las dos partes de la curva se superponen (si no lo ves dibuja la gráfica en un trozo de papel y dobla por los ejes) y es por esto que esta gráfica es simétrica respecto del origen.

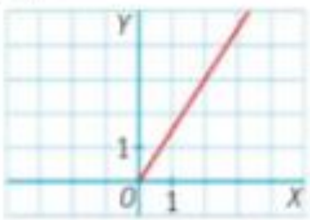
FUNCIONES NO SIMÉTRICAS

La mayoría de las funciones no son pares ni impares, es decir no son simétricas.

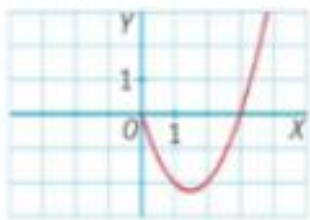
<u>REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS</u>: (copia el enunciado y las gráficas)

15. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes gráficas para que cada una de las funciones resultantes sean:

a) Pares



b) Impares



16. Decide si $f(x) = x^2 + 2$ es par, impar o ninguna de las dos.