

Ejercicios de repaso. Polinomios, ecuaciones y sistemas

1. Extrae factor común en los siguientes polinomios: $P(x, y) = 3x^3y^2 - 6x^2y^3 - 9x^3y^3 + 12x^2y^2$,
 $Q(x, y) = 4xyz - 2x^2y^2z - 8x^2z^2y^2$.
2. Dados los siguientes polinomios, $p(x) = 2x^2 - 3x - 5$, $q(x) = 3x^2 - 5x + 6$, $r(x) = 3x^3 - 4x^4 - 5x + 8$, determina $p(x)q(x) - 3r(x)$.
3. Expresa en forma de producto o potencias, utilizando las identidades notables, las siguientes expresiones, $9x^4 - 4x^2y^2$, $4x^4 - 20x^3 + 25x^2$, $36x^2 + 24x + 4$
4. Realiza la siguiente división de polinomios $(4x^5 - 12x^4 + 13x^3 - 2x^2 - 12x - 8) : (2x^2 - 3x - 2)$
5. Aplica las identidades notables y desarrolla $(2x^2 + 3x)^2$, $(\frac{3x^3}{5} - \frac{2y}{3})^2$, $(\frac{4y}{5} - 2\sqrt{x})(\frac{4y}{5} + 2\sqrt{x})$.
6. Resuelve las siguientes cuestiones:
 - a) ¿Es $x = -2$ una raíz del polinomio $3x^3 - 9x - 6$? Razona la respuesta.
 - b) ¿Tiene el polinomio $x^3 + x^2 + x + 1$ como factor a $x - 1$? Razona la respuesta.
 - c) Determina m para que la división $(x^3 + mx^2 + 2x + 3) : (x + 1)$ tenga resto -7 .
7. Factoriza los polinomios $P(x) = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 6x^2$, $Q(x) = x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$.
8. Al dividir dos polinomios se obtiene como cociente el polinomio de primer grado $C(x) = 3x - 7$, y como resto. $R(x) = 19x - 10$.
Si el divisor es $d(x) = x^2 + 2x - 1$, ¿cuál es el polinomio dividendo $D(x)$?
9. Simplifica la fracción $\frac{2x^3 - x^2 - 13 - 6}{2x^3 + 13x^2 + 22x + 8}$
10. Opera y simplifica $\left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}\right)\left(x - \frac{4}{x}\right)$, $\frac{2}{x^2 - x} + \frac{3}{x - 1} + \frac{3x + 1}{x^2 - 2x + 1}$
11. Resuelve las siguientes ecuaciones:
 - a) $\frac{2x - 1}{2} - \frac{3x + 2}{6} - 1 = \frac{3x - 1}{3} - \frac{5x - 2}{4}$
 - b) $\frac{3(x - 3)}{2} + \frac{2x}{3} - 2x = \frac{3(2x - 1)}{9} - \frac{1}{6}$
12. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:
 - a) $\frac{(x + 3)(x - 3) - 4}{2} - \frac{x - 2}{3} = \frac{(x - 2)^2 + 1}{6}$
 - b) $\frac{x^2 - 4}{4} - \frac{x^2 - 6x + 9}{3} = \frac{11x - x^2}{6}$

c) $3x^2 + 2x = 0$

d) $2x^2 - 18 = 0$

e) $(x - 3)^2 = 16$

f) $(2x + 1)(3x - 6) = 0$

13. Resuelve por el método que creas más conveniente los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} \frac{3x - 2y + 1}{3} - \frac{4x - y - 2}{6} + 2 = \frac{2y - 3}{4} - \frac{3x - y + 8}{12} \\ \frac{2(x - 2y - 2)}{5} - 3x = \frac{2y - 3x - 1}{2} - \frac{x - y - 3}{10} + 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x + y}{2} - \frac{2x - y}{3} - \frac{5}{6} = \frac{2x - y - 1}{3} - 4 \\ \frac{x + 2y}{4} - \frac{3y - x - 2}{2} = \frac{3x - y}{6} - \frac{2x - 3y}{2} + 2 \end{cases}$$

14. Halla dos números enteros consecutivos tales que la diferencia entre la tercera parte de mayor y la séptima parte del menor sea igual a la quinta parte de menor.

15. Si en una fracción desconocida, se añade 1 al numerador, su valor es $\frac{1}{3}$. Y si se añade 1 al denominador, la fracción es equivalente a $\frac{1}{4}$. Halla la fracción inicial.

16. Si se toma un número, se le resta una unidad y se divide el resultado por 28, se obtiene el mismo resultado que sumando 4 a ese número y dividiendo el resultado por 38. ¿Cuál es ese número?.

17. Una solución de la ecuación $4x^2 - 7x + c = 0$ es 1. Calcula el valor de la otra solución y el valor de c .

18. Halla dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73.

19. Una empresa ha gastado 1500 euros en comprar un móvil a cada uno de sus 25 empleados. Su compañía telefónica ofertó dos modelos diferentes, uno a 75 euros y otro a 50 euros. ¿Cuántos móviles de cada modelo compró?.

20. Descomponer el número 48 en dos partes tales que al dividir la primera entre la segunda da 3 de cociente y 4 de resto.

21. Clara tiene 6 años más que su hermana Julia. Si en 5 años, tiene el doble de la edad de su hermana. ¿Qué edades tienen Clara y Julia?.